



Quantum Rules!

PET scanner



Fig. 1: PET-CT-scan

Antimaterie

In 1928 realiseerde Paul Dirac dat uit de wiskunde van de quantummechanica volgt dat er antimaterie moet bestaan. Ongeveer zoals $x^2 = 4$ twee oplossingen heeft ($x = -2$ en $x = 2$), zo passen in de vergelijking van Dirac ook twee gelijkwaardige oplossingen: negatieve electronen en positieve positronen. Deze dubbele oplossing geldt trouwens voor alle deeltjes: alle deeltjes hebben een antideeltje. Een paar jaar later, in 1932 werd het positron aangetoond door Carl Anderson in experimenten met een Wilsonvat.

Als een deeltje met zijn antideeltje botst, annihileren zij elkaar, hun gezamenlijke massa wordt omgezet in energie. Daar komt veel energie bij vrij ($E = mc^2$).

Een belangrijke toepassing ligt in de medische diagnostiek. In een PET (positron emissie tomografie) scanner (fig. 1) wordt een positronbron gebruikt om een registratie te maken van een doorsnede van de patient. De techniek kan worden ingezet bij het opsporen van o.a. tumoren, en Alzheimer en Parkinson fig. 2.

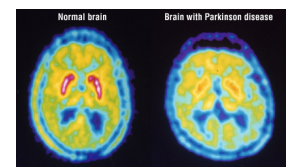
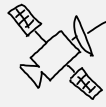


Fig. 2: parkinson

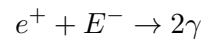


Quantum Rules!

Hoe werkt een pet scanner

In een behandeling krijgen patiënten een preparaat toegediend dat een β^+ -straler bevat. De bètastraler is gekoppeld aan een glucose molecuul. Tumorweefsel heeft een hoger metabolisme, verbruikt dus meer brandstof. De bètastraler hoopt zich dus meer waarschijnlijk in het zieke dan in normale weefsel op. Dit is de biochemische stap in het proces.

Bij β^+ -verval vervalt een proton tot neutron. Daarbij wordt een positron uitgezonden. Bij een botsing tussen positron en elektron heffen de deeltjes elkaar op en er komen twee gamma fotonen vrij die in tegengestelde richting vertrekken. Vraag: Onder welke voorwaarde in vertrekken deze deeltjes in tegengesteld richting?



De gamma fotonen hebben een energie van 511 keV. Laat zien dat dit klopt door de formule van Einstein ($E = mc^2$) en de massa van een elektron te gebruiken.

De γ -stralen zijn dus vooral uit de verdachte gebieden afkomstig. Het ringvormige apparaat kan gammastralen uit alle richtingen registreren. Omdat twee fotonen tegelijk worden uitgezonden in tegengestelde richting kan je uit gelijktijdigheid van twee waarnemingen de lijn vinden waarop de botsing heeft plaatsgevonden.

De radioisotopen $^{11}_6\text{C}$, $^{13}_7\text{N}$, $^{15}_8\text{O}$ en $^{18}_9\text{F}$ zijn voorbeelden waarmee tracers kunnen worden gelabeld. Medicijnen en andere chemicaliën kunnen gelabeld worden met deze tracers. ^{18}F wordt in glucose ingebouwd en als Fluro-deoxyglucose (FDG) toegediend. FDG wordt gemetaboliseerd als glucose.

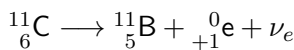


Fig. 3: β^+ -verval

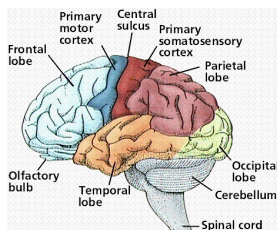


Fig. 4: cerebrum

kinetiek

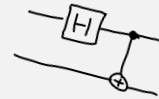
Bij afname van de hoeveelheid ^{18}F in het lichaam spelen twee processen een rol. De fysische vervaltijd is $t_{\frac{1}{2}} = 1,83$ h. Effectief is de vervaltijd $t_{\frac{1}{2}} = 1,4$ h Dit komt omdat fluor langs biologische weg (door uitscheiding) het lichaam kan verlaten.

Vervalsnelheid (r) is het omgekeerde van vervaltijd:

$$r = \frac{1}{t}$$

Deze processen zijn onafhankelijk, dan mag je de vervalsnelheden r optellen.

$$r_{eff} = r_{fys} + r_{bio}$$
$$\frac{1}{t_{eff}} = \frac{1}{t_{fys}} + \frac{1}{t_{bio}}$$



Quantum Rules!



Bereken hiermee de biologische vervaltijd.

De korte fysische vervaltijd heeft logistische gevolgen. Een ziekenhuis dat een PET -scan wil kopen moet ook een synchrotron kopen om de kortlevende isotopen aan te maken. Dure grap.

Met het fysische principe van PET -scan heb je nog geen plaatje. Er is heel veel dataverwerking voor nodig om het beeld te verbeteren. De PET-scan wordt vaak in hetzelfde apparaat gecombineerd met een cirkelvormige röntgentomograaf (tomos=snijden), waarmee opnamen in dwarsdoorsnede gemaakt kunnen worden. Combinatie van PET- en CT-scan vergroot de informatie-inhoud van deze diagnostiek. Voor deze systemen zijn computers nodig en een groot softwarepakket.

Aan de slag

Op tafel staat een model van een PET scanner. de hersenen van een patiënt worden onderzocht. De LEDs aan de rand lichten op als er op die plek een γ -foton wordt gedetecteerd. De klachten van de patiënt wijzen op een hersentumor. Wordt dit bevestigd door dit onderzoek, en zo ja, in welke gebied?

Tot slot nog een rekenvraag: Een patiënt ligt in de hartlijn van de detector. De detector kan een gebied van 30 cm diameter in kaart brengen. Wat is de grens van het tijdsverschil tussen twee waargenomen fotonen als zij van de rand van het waarnemingsgebied afkomstig zijn. Dit bepaalt de tijd van het waarnemingsvenster. Twee signalen met een groter tijdsverschil kunnen niet van dezelfde vervalgebeurtenis afkomstig zijn. R is de straal van de detector. Doet de straal van de detector er toe?