

Quantum Rules!



PET-scanner



Fig.1 Patiënt bij een PET-CT scanner in een ziekenhuis.

Achtergrond: antimaterie en annihilatie

In 1928 realiseerde Paul Dirac zich, dat uit de wiskunde van de quantummechanica volgt dat er antimaterie moet bestaan. Ongeveer zoals $x^2 = 4$ twee oplossingen heeft ($x = -2$ en $x = 2$), zo heeft de vergelijking van Dirac ook twee gelijkwaardige oplossingen: naast negatieve elektronen ook positronen: de antideeltjes van elektronen. Deze dubbele oplossing geldt trouwens voor alle elementaire deeltjes: ze hebben allemaal een antideeltje. En een paar jaar later, in 1932, werd het positron ook werkelijk aangetoond door Carl Anderson in een Wilsonvat. Dirac ontving in 1933 de Nobelprijs voor zijn theorie.

Als een deeltje en het bijbehorende antideeltje botsen, dan annihileren ze. Dit betekent dat ze verdwijnen en dat de hun gezamenlijke massa vrij komt als energie ($E = m \cdot c^2$).

Een belangrijke toepassing ligt in de medische diagnostiek. In een PET (positron-emissie-tomografie) -scanner (fig. 1) wordt een digitale doorsnede gemaakt van de patiënt die annihilatie-processen toont. De techniek wordt ingezet bij het opsporen van tumoren in heel het lichaam, maar ook van ziektes als Alzheimer en Parkinson.

Met PET kan men ook de doorbloeding van organen meten en zo hart- en vaatziekten opsporen. Het is zelfs mogelijk om te bepalen welk deel van de hersenen actief is bij het aanleren van een nieuwe taal of een andere cognitieve activiteit.



Quantum Rules!



Werking PET-CT scanner

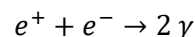
Het positron is het antideeltje van het elektron. De notatie is e^+ of β^+ . De positronbron is vaak een glucosemolecuul waarvan een van de atomen vervanger is door ^{11}C (koolstof-11) of ^{18}F (fluor-18).

1. Geef de β^+ -vervalvergelijkingen van koolstof-11 en fluor-18.
2. Waarom wordt de glucose pas vlak voor de scan toegediend aan de patiënt? Hint: zoek de halfwaardetijd van koolstof-11 β^+ -verval op.

Bij ontstekingsprocessen en tumoren is er sprake van een hoger metabolisme. De glucose met de β^+ -straler hoopt zich dus meer waarschijnlijk in het zieke dan in het gezonde weefsel op. De PET-CT techniek brengt de glucose-stofwisseling in beeld.

Het positron reist door het weefsel en verliest onderwijl zijn kinetische energie. Daardoor komt het tot stilstand ten opzichte van z'n omgeving. Gemiddeld bedraagt de reisafstand enkele millimeters.

Is het positron eenmaal tot stilstand gekomen, dan zal het met een elektron in het weefsel een positronium vormen (een structuur waarbij het positron en het elektron in elkaars elektrisch veld gevangenzitten) waarna met een halveringstijd van ca. 100 nanoseconden wederzijdse annihilatie optreedt. Hierbij heffen de deeltjes elkaar op en komen er twee fotonen vrij, elk met de helft van de energie van het elektron en positron samen, en reizend in tegengestelde richting:



3. Noem de twee behoudswetten die verklaren waarom de fotonen dezelfde energie maar tegengestelde richting hebben.
4. Laat met een berekening zien dat de fotonen elk een energie hebben van 511 keV.

De ringvormige PET-camera met honderden detectoren legt de fotonen vast. Met de gelijktijdige CT-scan zien we de contouren van het lichaam en waar zich mogelijk een tumor of ziekte bevindt.

Het experiment: PET-simulatie

Op tafel staat een model van een PET-scanner met een afgebeelde doorsnede van de hersenen van een fictieve patiënt. De klachten van de patiënt wijzen op een tumor, maar in welk gebied van de hersenen bevindt zich deze?

5. Gebruik de elastiekjes om de tumor te lokaliseren en leg uit hoe je tot die conclusie bent gekomen.

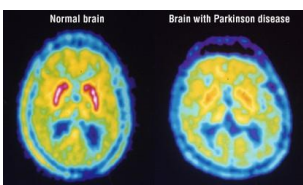
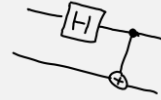


Fig.2 Rechts een PET-CT scan van hersenen van een patiënt met de ziekte van Parkinson. Links: gezond persoon.



Quantum Rules!



Gelijktijdigheid en plaatsbepaling

Omdat de twee fotonen tegelijk worden uitgezonden en in tegengestelde richting, kan je de lijn vinden waarop de botsing heeft plaatsgevonden. Als er meer dan een miljoen gelijktijdige fotonen geregistreerd zijn, kun je met een nauwkeurigheid van enkele millimeters de plaats van de radioactieve bron vaststellen. De kunst is om uit die vele signalen twee bij elkaar horende te vinden en om gelijktijdige signalen die niet van annihilatie komen te filteren. Het principe van de dataverwerking hiervoor is als volgt.

Stel, dat de detector een gebied met een diameter van 0,30 m in kaart kan brengen en het hoofd van de patiënt in het midden ligt.

6. Wat is het maximale tijdsverschil tussen twee fotonen die afkomstig zijn van de rand van het waarnemingsgebied?

De software van de scanner checkt signalen binnen deze tijdsduur en rekent dit terug naar een gebied waar de annihilatie plaatsvond.

7. Leg uit of de straal van de detector bepalend is voor de nauwkeurigheid. Waarom wel of niet?

Korte vervaltijd: voor- en nadelen

De korte vervaltijd van β^+ -stralers als koolstof-11 en fluor-18 heeft tot gevolg, dat een ziekenhuis naast de PET-CT scanner ook een cyclotron nodig heeft om de β^+ -stralers te produceren. Daarom is PET-CT slechts op een paar plekken in Nederland mogelijk.

Met zuurstof-18 verrijkt water wordt in een cyclotron of een andere deeltjesversneller gebombardeerd met waterstofionen, zodat fluor-18 ontstaat. Deze isotoop wordt ingebouwd in fluordeoxyglucose, dat aan de patiënt wordt toegediend.

EXTRA

De fysische halfwaardetijd van fluor-18 is 110 minuten maar de PET scanner rekent met een halfwaardetijd van 85 minuten, omdat fluor-18 op door biologische uitscheiding (bijv. zweet) het lichaam verlaat. Dit zijn twee onafhankelijke processen dus de effectieve reductie $r_{\text{eff}} = 1/t_{\text{eff}}$ van het fluor-18 signaal per seconde is de som van de fysische en biologische reductie per seconde:

$$r_{\text{eff}} = r_{\text{fys}} + r_{\text{biol}}$$

8. Laat met een berekening zien, dat de hoeveelheid fluor-18 door biologische uitscheiding na 236 minuten gehalveerd is.