Quantum Rules!

De constante van Boltzmann: theorie

De constante van Boltzmann is een belangrijke constante in de natuurkunde, vooral binnen de thermodynamica en de statistische mechanica. De constante vind je terug als we de microscopische wereld van atomen en moleculen aan macroscopische grootheden zoals temperatuur gaan koppelen.

Definitie

De constante van Boltzmann is gedefinieerd als de gasconstante R gedeeld door het getal van Avogadro N_A (voor waardes hiervan, zie Tabel 7 in BiNaS).

$$k_\mathrm{B} = \frac{R}{N_\mathrm{A}}$$

Deze constante is belangrijk in de wetenschap omdat hij heel vaak opduikt. De naamgever Ludwig Boltzmann ontwikkelde de statistische fysica, die de beschrijving geeft van veel-deeltjes-systemen, zoals een gas.

Omdat Boltzmann in een tijd leefde waarin de wetenschap nog geen sluitend bewijs voor atomen had waren er niet veel medestanders. Dat veranderde toen het Max Planck lukte om het stralingspectrum van een heet voorwerp te verklaren met het invoeren van zijn constante h (bekend van $E = h \cdot f$). Planck kon met zijn constante ook de constante van Boltzmann terug herleiden, zo bleek! Planck was tot dan toe altijd sceptisch geweest over de manier waarop Boltzmann gasdeeltjes over energieniveaus verdeelde.

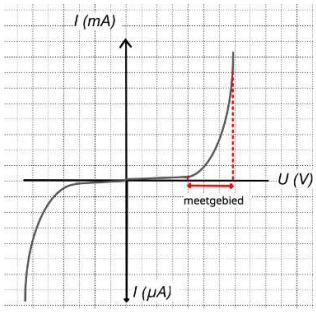
Theorie

De theorie achter een LED of diode heeft te maken met de combinatie van materialen met bijvoorbeeld silicium. In figuur 2 zie een karakteristiek (I,U)-diagram van een diode. Wij gaan in deze proef alleen meten in het met rood aangegeven meetgebied, dat *forward bias* genoemd wordt en dan eigenlijk alleen in de "bocht" van het omhooglopende deel.

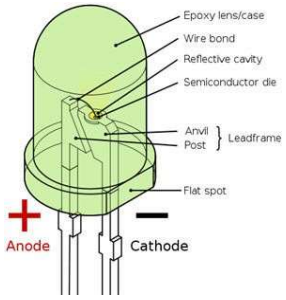
Het (I,U)-diagram laat de belangrijkste eigenschappen van een diode zien. Je ziet hoeveel stroom er bij een bepaalde spanning door de diode vloeit. Als de diode gaat geleiden dan neemt bij een kleine stapgrootte van de spanning de stroomsterkte behoorlijk toe. De spanning waarbij een diode nét aan gaat geleiden wordt de drempelspanning genoemd.

Versie: 2026-10-21

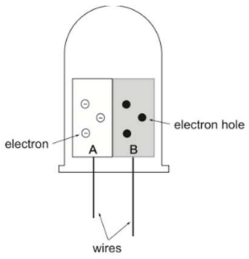
Figuur 1 Ludwig Boltzmann (bron: Wikimedia Commons)



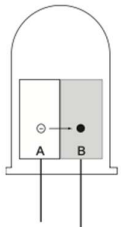
Figuur 2 Schematische grafiek van de geleiding van een diode of LED. Positieve stroom heet 'forward bias' en meet je als de LED licht geeft. De negatieve stroom is 'reversed bias' en is in de orde van 10^{-6} - 10^{-9} A.



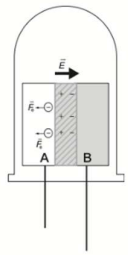
Figuur 3 Onderdelen van een LED (bron Wikimedia Commons).



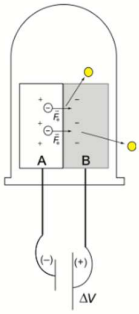
Figuur 4 Schematische weergave van een LED die is opgebouwd uit twee verschillende halfgeleiders.



Figuur 5 Een elektron beweegt naar een gat.



Figuur 6 Het gearceerde deel in het midden is de barrière die door het elektrisch wordt gevormd.



Figuur 7 Wanneer we de LED in forward bias aansluiten, vloeit er stroom door de LED zodra het potentiaalverschil een bepaalde drempelspanning ΔV bereikt. De LED zendt dan fotonen uit.

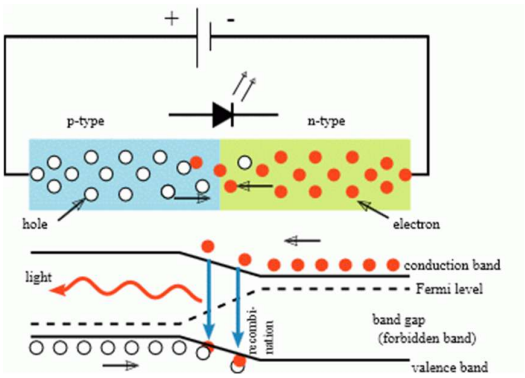
Een LED is een diode die licht geeft als het geleidt (figuur 3). De LED bestaat uit twee verschillende soorten halfgeleidende materialen die met elkaar zijn verbonden en in een plastic behuizing zijn gevat.

Eén van de materialen (A (n-type) in figuur 4) bevat een aantal elektronen die zich vrij door het materiaal kunnen bewegen. Het andere materiaal (B, p-type) heeft een aantal lege ruimtes waar elektronen zouden kunnen zitten, maar die niet bezet zijn. In plaats daarvan is er in B sprake van de *afwezigheid* van elektronen, wat een (elektronen-)gat(-en) wordt genoemd.

Op de grens tussen de twee halfgeleiders gaan sommige vrije elektronen in A over in gaten naar B, omdat dit hun energie vermindert (figuur 5). Na korte tijd raakt het gebied in materiaal B nabij de grens negatief geladen, en het gebied in materiaal A nabij de grens positief geladen, aangezien er een aantal elektronen is weggevloeid. Dit leidt tot een elektrisch veld $\vec{E}$ dat een kracht $\vec{F_e}$ uitoefent op de elektronen in materiaal A in een richting die van de grens af wijst, zoals weergegeven in figuur 6. Het veld fungeert als een potentiaalbarrière die voorkomt dat er nog meer elektronen de grens overschrijden.

Theorie

Wanneer we de LED aansluiten op een spanningsbron, waarbij materiaal A is verbonden met de negatieve pool, worden de elektronen in dit materiaal naar de grens aangetrokken, zoals weergegeven in figuur 7. Er wordt gezegd dat de LED in 'voorwaartse bias' staat en er stroomt stroom wanneer het potentiaalverschil groot genoeg is om de barrière te overwinnen die door het elektrische veld wordt gecreëerd.
Wanneer elektronen de grens overschrijden en in gaten terechtkomen, gaan ze van de geleidingsband naar de valentieband. Daarbij zenden ze energie uit in de vorm van fotonen, waardoor de LED licht gaat geven.



Schematische afbeelding van de schakeling en de energiebanden van een p-n junction LED. LET OP: de elektronen (in n-type) gaan hier naar links naar de gaten in het p-type materiaal.

Quantum Rules!

Constante van Boltzmann

Boltzmanns constante k_B verbindt de macroscopische thermodynamica met de microscopische quantummechanica door temperatuur direct te koppelen aan de gemiddelde energie van microscopische deeltjes. Waar de quantummechanica de discrete energieniveaus van een systeem bepaalt, bepaalt de statistische fysica met de constante van Boltzmann hoe deeltjes over die niveaus worden verdeeld bij een temperatuur T.

In de quantummechanica kan een deeltje (zoals in het eendimensionale deeltje-in-een-doos model) alleen specifieke, discrete energieniveaus E_i bezetten. De Boltzmann-constante bepaalt waarschijnlijkheid P_i dat een deeltje zich in een specifiek quantum-energieniveau bevindt bij een temperatuur T:

$$P_i \propto e^{E_i/k_B T}$$

De constante van Boltzmann vind je dus terug in formules waarmee de verdeling van deeltjes over energieniveaus beschreven wordt. Je ziet hem terug in de beschrijving van het zwarte straler spectrum door Max Planck, in Bose-Einstein statistiek, entropie en Fermi-Dirac statistiek. De absolute temperatuur (T) bepaalt invloed van de factor $k_B T$.

Algemeen: Als T laag is dan is de grondtoestand gevuld. Bij hoge temperatuur hebben de deeltjes genoeg thermische energie om hogere energieniveau's te vullen. De verdelingsgraad van deeltjes over energietoestanden kan dus mede met de constante van Boltzmann uitgerekend worden.

Om de werking van een LED te beschrijven heb je ook de constante van Boltzmann nodig. We kunnen dus LED's gebruiken om de constante van Boltzmann te bepalen. De methode van deze bepaling wordt hieronder vereenvoudigd uitgelegd.

Bepaling van k_B

We gaan uit van de vergelijking van Shockley, die het rechterdeel van de grafiek van figuur 2 beschrijft. De vergelijking ziet er als volgt uit:

$$I = I_s e^{\left(\frac{q \cdot U}{n k_B T}\right)} - 1,$$

Waarin: I de stroom door de LED, I_s de reverse biased stroomsterkte, q de lading van het elektron, U de ingestelde spanning over de LED, n de kwaliteitsfactor (literatuur: 1,0-2,2 te bepalen in dit experiment), k_B de constante van Boltzmann en T de brandtemperatuur van de LED.

Omdat I_s zo klein is (figuur 2), geldt $\frac{I}{I_s} + 1 \approx \frac{I}{I_s}$ en herschrijven we dit:

$$I = I_s \cdot e^{\left(\frac{q \cdot U}{n k_B T}\right)}$$

$$\log_{10}(I) = \log_{10}\left(I_s \cdot e^{\left(\frac{q \cdot U}{n k_B T}\right)}\right)$$

$$\log_{10}(I) = \log_{10}(I_s) + \log_{10}\left(e^{\left(\frac{q \cdot U}{n k_B T}\right)}\right)$$

$$\log_{10}(I) = \log_{10}(I_s) + \frac{\ln\left(e^{\left(\frac{q \cdot U}{n k_B T}\right)}\right)}{\ln(10)}$$

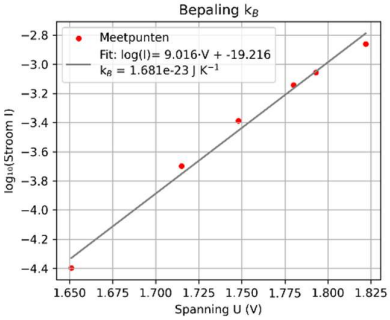
Dit begint de vorm van $y = ax + b$ aan te nemen. We schrijven dit nu als:

$$\log_{10}(I) = \frac{qU}{\ln(10)\, n k_B T} + \log_{10}(I_s)$$

De helling a van deze lijn in een $(\log_{10}(I), U)$ is gelijk aan:

$$a = \frac{q}{\ln(10)\, n k_B T}$$

In het experiment meten we de stroomsterkte I door een LED als functie van de spanning U over de LED. Als we nu een grafiek maken van log(I) tegen U, verwachten we een rechte lijn te krijgen. Met de helling kunnen we een bepaling van de constante van Boltzmann (k_B) doen. Zie figuur 8.



Figuur 8 Een $(log_{10}(I), U)$ plot van een LED geeft een rechte lijn. De helling geeft ons een bepaling voor de constante van Boltzmann. Echter we gebruiken aannames voor de computerfit. We gaan een eigen fit gebruiken om te kijken of we beter in de buurt van de literatuurwaarde komen.

Uitvoering

We willen drie punten echter in ogenschouw nemen:

1. We weten de brandtemperatuur van de LED niet. Omdat de LED bij het branden niet helemaal fel is en we ruim onder de normale I ≈10-20 mA, waarop een Led zou moeten branden, blijven schatten we de temperatuur van de LED op ongeveer 300 K.
(Literatuur geeft 60°C als temperatuur voor een fel brandende LED.)

2. De kwaliteitsfactor n van een LED bepaalt hoe sterk de diode afwijkt van een theoretisch ideale p-n overgang. Bij een ideale silicium diode geld $n = 2$, maar voor commerciële LED's ligt deze waarde, afhankelijk van de gebruikte halfgeleidertechnologie, meestal tussen de 1.5en 2.4. We weten de kwaliteitsfactor *n* van de gebruikte LED's niet (zeker). In het experiment ga je handmatig in het programma de waarde van deze *n* proberen te zoeken.

3. We moeten ook meetonnauwkeurigheid meenemen in onze grafiek. De software weet de meetonnauwkeurigheid van de gebruikte meters en plot de onzekerheid in de meetpunten. Je schuift zelf met een handmatige fit, zodat je een eigen fit krijgt die ook (nog) past bij je meetpunten.

We kunnen dus bepalingen voor de constante van Boltzmann doen in het experiment, maar het is echter waarschijnlijker dat je beter in de buurt kan komen met behulp van een eigen handmatige fit en het aanpassen van de kwaliteitsfactor n. Voer nu het experiment uit met handleiding **QR_boltzmann_experiment**.