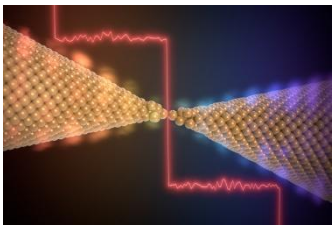
Quantum Rules!

Het geleidingsquantum: theorie

Inleiding

Goud is een heel zacht metaal. Wanneer de twee uiteinden van een gouddraad uit elkaar getrokken worden, zal de gouddraad steeds dunner worden, totdat de verbinding uiteindelijk nog maar uit drie, twee, en tot slot één atoom bestaat. Doordat de verbinding steeds dunner wordt, neemt de weerstand van de gouddraad toe. Je kent dit al van natuurkunde op school: De soortelijke weerstand formule waarin $R \propto 1/A$; de weerstand R is omgekeerd evenredig met het oppervlak van de doorsnede (A) van een draad en de geleiding G is evenredig met A. Dus als A kleiner wordt, wordt ook de geleiding kleiner.



Figuur 1 *Artist impression* van het puntcontact en de gequantiseerde geleiding (rode lijn) bij een atomaire verbinding van goud-tips. © Enrique Sahagun

De geleidbaarheid bij een verbinding van slechts één atoom, de kleinst mogelijke brug, heet het **geleidingsquantum** omdat de waarde ervan bepaald wordt uit fundamentele quantumconstanten. Bij dit experiment ga je de waarde van het geleidingsquantum bepalen door met behulp van een speaker twee goudcontacten tegen elkaar te laten botsen en weer uit elkaar trekken.

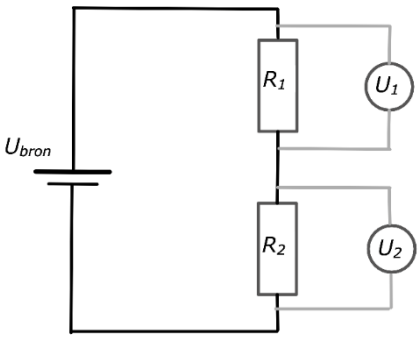
Elektrische geleiding

Het praktische belang van materialen met uiteenlopende elektrische eigenschappen kun je dagelijks om je heen zien. Het begrip van weerstand en geleiding is erg belangrijk. Het gebruik van goede geleiders is bijvoorbeeld essentieel voor het transport van elektriciteit over grote afstanden of als je grote stroomsterkte wilt genereren.

Ook natuurkundig is elektriciteit fundamenteel. Om de quantumfysica van vaste stoffen beter te begrijpen, onderzoeken we de elektrische eigenschappen van bijvoorbeeld supergeleiders, die een weerstand van nul ohm hebben onder een bepaalde temperatuur. Supergeleiding werd in 1911 in Leiden ontdekt door te kijken naar de weerstand van metalen terwijl de temperatuur steeds lager werd. Dat de weerstand onder een bepaalde temperatuur nul werd was niet voorspeld en is nog maar deels begrepen.

In hedendaags onderzoek kijken we naar de geleiding van dunne lagen atomen en dan treden er specifieke quantumeffecten op. Elektriciteit is daarmee een van de belangrijkste middelen om fenomenen in de biofysica en quantummechanica te onderzoeken.

Versie: 2026-11-13



Figuur 2 Een schakeling van een spanningsdeler.

Spanningsdeler

De kern van een spanningsdeler is een serieschakeling als in figuur 2. Voor deze twee componenten die in serie staan, is de som van de spanningen over de componenten gelijk aan de bronspanning:

$$U_{\text{bron}} = U_1 + U_2 \qquad (1)$$

Door je weerstanden (R_1 en R_2) slim te kiezen kun je de spanning nauwkeurig instellen op een bepaald component.

De volgende formule geldt dan om de spanning te berekenen (ga maar na):

$$U_2 = U_{\text{bron}} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad (2)$$

Hierin is U_2 de spanning over R_2 en U_{bron} de bronspanning. Op een soortgelijke manier kun je een uitdrukking voor U_1 maken.

Weerstands- en geleidingsquantum

In de spanningsdeler kunnen we in plaats van twee weerstanden ook één weerstand en twee beweegbare goudcontacten zetten. Deze weerstanden noemen we R_x voor de goudcontacten en R_{ijk} voor de (ijk-)weerstand waar we over zullen meten. Nu wordt de benodigde vergelijking gegeven door:

$$U_{\text{ijk}} = U_{\text{bron}} \cdot \frac{R_{\text{ijk}}}{\frac{R_x}{n} + R_{\text{ijk}}} \qquad (3)$$

Kader 1: Elk (goud)atoom dat naast elkaar aanwezig is in de verbinding van het contact vormt een geleider / kanaal voor elektronen om doorheen te bewegen.

Hierin is U_{bron} de totale spanning over de spanningsdeler en U_{ijk} de spanning over R_{ijk}. Merk op dat we R_x de weerstand van de goudcontacten delen door n, het aantal goudatomen dat het contact vormt (kader 1).

De theoretische waarde voor R_x wordt gegeven door:

$$R_x \equiv \frac{h}{2e^2} \qquad (4)$$

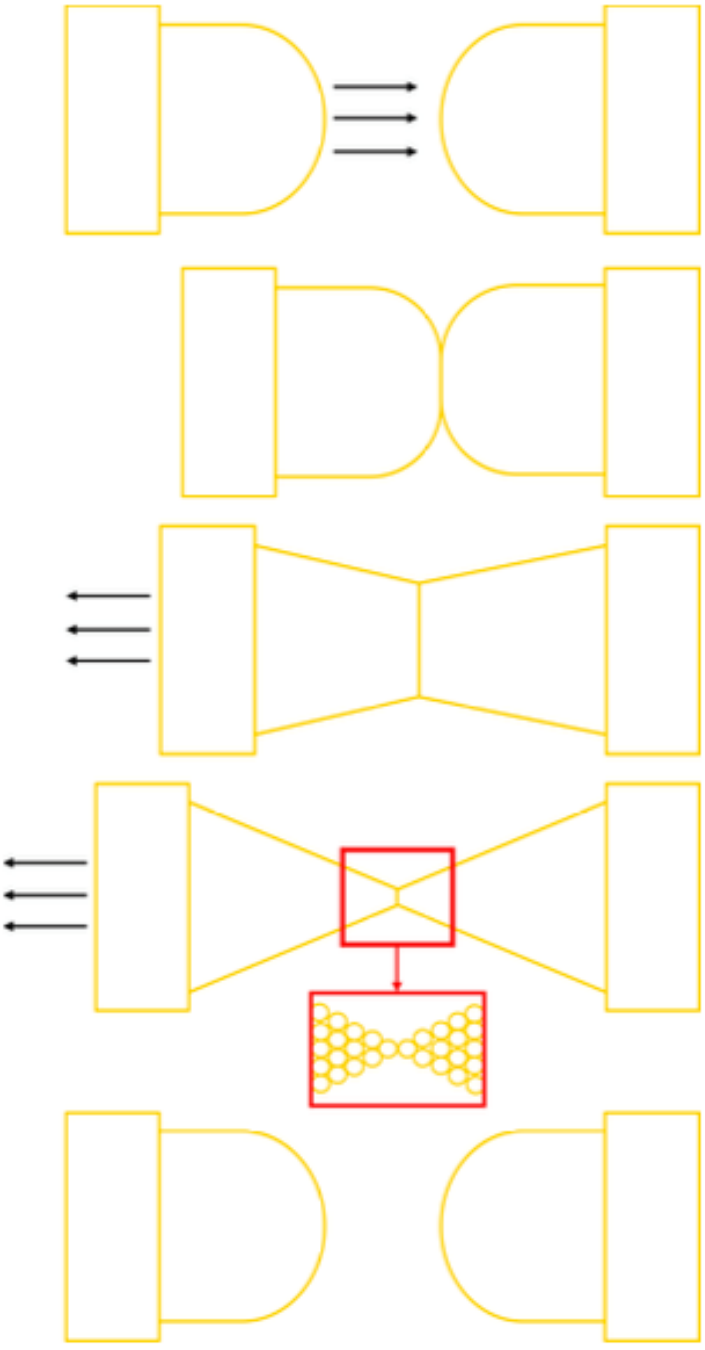
Hierin is h de constante van Planck en e de elementaire lading. Omdat weerstand en geleiding elkaars inverse zijn ($R = 1/G$), vinden we het fundamentele geleidingsquantum G_0:

$$G_0 \equiv \frac{2e^2}{h} \qquad (5)$$

De factor 2 in de teller van vergelijking 5 is het gevolg van een aantal materiaaleigenschappen: allereerst het aantal vrije elektronen per atoom (de valentie), ten tweede het aantal mogelijke toestanden voor vrije elektronen per geleidingskanaal.

Goud is een monovalent metaal. Dat betekent dat er per goudatoom één vrij elektron aanwezig is. Dit verklaart dus niet de factor 2 in de teller van de formule. Per geleidingskanaal kunnen er echter twee elektronen tegelijk deelnemen aan de geleiding, vanwege de twee spintoestanden (up en down) die elektronen kunnen hebben. Dit verklaart de factor 2 in de noemer van de formule wel.

Uit vergelijking 3 volgt dat de spanning U_{ijk} met discrete stappen zal veranderen als de contacten minder verbonden zijn. Dit komt doordat de verbinding van de n goudatomen 'dik' afneemt totdat er uiteindelijk nog maar één goudatoom als contact overblijft. Het bewegen van de contacten is (overdreven) weergegeven in figuur 3.



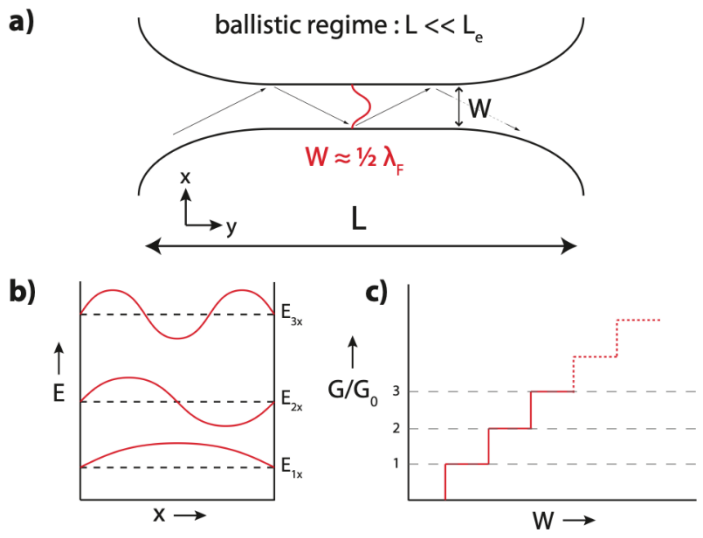
Figuur 3: Schematische weergave van het bewegen van de contacten. Vijf stappen van boven naar beneden: Eerst bewegen de contacten naar elkaar (1), waarna ze botsen (2) en samensmelten. Nadat de contacten zijn vervormd worden ze uit elkaar getrokken als kauwgom (3), totdat er een verbinding is van een enkel goudatoom (4). Dit is overdreven weergegeven in het rode kader. Zodra de laatste verbinding is verbroken (5) hebben we weer twee goudcontacten die richting elkaar kunnen bewegen.

Verdieping

In de jaren negentig van de 20e eeuw werd ontdekt dat metalen draden van atomaire grootte met een diameter van enkele atomen vaak een geleidbaarheid hebben, die dicht bij gehele waarden van de geleidingsquantum liggen. Het beste voorbeeld is goud. Als een gouden draad steeds dunner wordt gemaakt tot het punt waarop het dunste deel slechts één atoom beslaat en we de geleiding van de gouden draad tijdens het dunner worden van de draad continu meten, dan verschijnen voorkeursgeleidingswaarden bij gehele getallen van G_0, dus $n \cdot G_0$. Het meest opvallend is dat vlak voordat de draad breekt, een *plateau* wordt waargenomen dat zeer dicht bij $1 \cdot G_0$ ligt.

Knappe metingen van de geleiding door atomaire goudcontacten in een transmissie-elektronenmicroscoop met hoge resolutie bevestigen dat draden met een geleidbaarheid van 2x en 1x G_0 overeenkomen met een configuratie met twee en één atoom in de kleinste diameter van de draad.

De diameter (of Engels: width, W) van een goudatoom in een rooster (2,5 Å) is ongeveer de helft van de waarde van de Fermi-golflengte ($\lambda_F = 0{,}52$ nm); dat is de de Broglie-golflengte van de elektronen met de hoogste energie: in de valentieband. Voor zo'n ballistische geleider geldt dus het *deeltje-in-een-doos model* om quantumtunneling van de elektronen van de ene kant naar de andere kant van het contact te beschrijven. Zie figuur 4.



Figuur 4: Bij voldoende kleine (transversale) lengte L van het goudcontact (a) is met het deeltje-in-een-doos model (b) te verklaren dat er bij steeds kleiner wordende breedte W van het contact, plateaus te zien zijn in de geleiding: dus G is quantummechanisch! De energieniveaus E_{nx} van de staande elektrongolven in het contact zijn discreet. Gedeeld door de waarde van G_0 zijn de traptreden omlaag even hoog.

Waarom goud

Studies naar atomaire contacten gemaakt van verschillende metalen toonden interessante nuances aan. Niet alle metalen contacten vormen met één atoom met een geleidbaarheid dicht bij $1 \cdot G_0$. In tegenstelling tot goud vertonen overgangsmetalen vaak een plateau voordat ze rond niet-gehele waarden $\gg 1 \cdot G_0$. breken.

Dit lijkt gecorreleerd te zijn met zowel de vorm als de bezetting van de buitenste valentieorbitalen van atomen van overgangsmetalen. Een goudatoom heeft een bolsymmetrisch buitenste valentieorbitaal (6s) met slechts één elektron erin. Dit orbitaal domineert ladingtransport nabij de Fermi-energie E_{F}. Daarentegen kan een overgangsmetaal meerdere elektronen hebben in sterk gerichte buitenorbitalen.

Bovendien vormen niet alle metalen contacten met één atoom met een geleidbaarheid van ongeveer $1 \cdot G_0$. die door een enkele 'transparante' quantumtoestand wordt gedragen. In dergelijke metaalcontacten vindt terugreflectie van elektronengolven plaats. Dan is het beeld van figuur 4 niet compleet. Bijvoorbeeld, voor aluminium verschijnt er een contact met een geleidingswaarde dicht bij $0{,}8 \cdot G_0$ vlak voor het breken.

Een goudatoom fungeert als een volledig transparante golfgeleider voor elektronengolven. Het toont aan welke quantumgeleidingswaarden er optreedt in hele dunne en zuivere nanodraden.

Quantumconductantie in Leiden: toen en nu

Pionierswerk op het gebied van meten aan enkele atomen dikke gouddraden is hier in Leiden gedaan in de jaren '90 in de groep van Jan van Ruitenbeek. De techniek wordt nog veel gebruikt in andere labs. Inmiddels kan men een enkel molecuul tussen de twee uiteinden van de metaalelektroden vangen en daarvan de geleidingseigenschappen bestuderen!

Men heeft ook ontdekt dat je niet alleen atoom-voor-atoomgeleiding kunt hebben, maar ook kanaal-voor-kanaal in materialen met bijzondere, zogenaamde 'topologische' eigen- schappen, waarbij de stromen alleen over de rand van het materiaal kunnen lopen. Voorbeelden zijn de vele quantum Hall- effecttoestanden die hebben bijgedragen aan de Nobelprijs voor natuurkunde in 2016.

Onderzoek naar die toestanden wordt nog altijd gedaan in Leiden, met de experimenten in de quantum matter onderzoeksgroepen van Semonti Bhattacharyya en Kaveh Lahabi en theoretici rondom Carlo Beenakker.